Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган олимпиаданың мәктәп этабы җаваплары
2022-2023 нче уку елы

10 нчы сыйныф

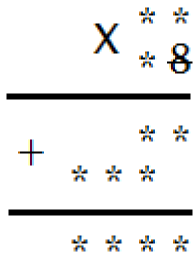
Гомуми балл – 25

1 мәсәлә.

Кушылучы саннар суммасын табыгыз: (*5 балл)*
$S_n = 1 + 2a + 3a^2 + 4a^3 + 5a^4 + 6a^5 +\ldots + na^{n-1}$.

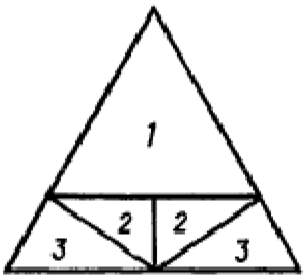
Чишелеш. Тигезлекнең ике ягын да а-га тапкырлап тигезлекне үзгәртеп язабыз:
$S_n = 1 + 2a + 3a^2 + 4a^3 + 5a^4 + 6a^5 +\ldots + na^{n-1}$ (1)
$aS_n = 1a + 2a^2 + 3a^3 + 4a^4 + 5a^5 + 6a^6 +\ldots + na^n$ (2)
һәм аларның аермасын табабыз:
$(a-1)S_n = - (1 + a + a^2 + a^3 + \ldots + a^{n-1}) + na^n$,
яисә $(a-1)S_n = na^n – (a^n -1)/(a - 1)$,
Димәк $S_n = na^n/(a - 1) – (a^n -1)/(a - 1)^2$.
Җавап: $S_n = na^n/(a - 1) – (a^n -1)/(a - 1)^2$.

2 мәсәлә.



Бирелгән мисалда бер цифраны һәм арифметик хәрәкәтләрнең ике билгесен генә таба алганнар, калган билгесез цифрлар йолдызчыклар белән алмашылган:
Хисаптагы башка саннарны белегез һәм аны тулысынча чишегез. (*5 балл)*
Чишелеш. Күренә ки, беренче тапкырлаучыны сигезгә тапкырлаганда ике урынлы сан килеп чыга, ә беренче тапкырлаучыны икенчесенең беренче цифырына тапкырлаганда өч урынлы сан килеп чыга. Димәк, беренче цифры 9 була. Хәзер инде беренче тапкырлаучының гомумән белергә тырышып карыйк. Әгәр ул 10 яки 11 гә тигез булса, бу аз, чөнки 9 га тапкырлаганда өч урынлы сан килеп чыгарга тиеш, шуңа күрә 12 туры килә: $12 \cdot 8 = 96$, $12 \cdot 9 = 108$. Ә 13? Туры килми, чөнки $13 \cdot 8 = 104$.

3 мәсәлә



Тигез яклы өчпочмакны кисәкләргә бүлеп, мәйданнары төрле булган 3 тигез яклы өчпочмаклар ясау мөмкинме? (*5 балл)*

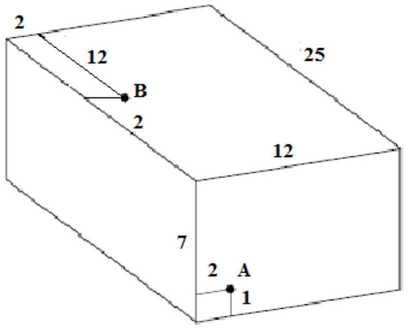
Чишелеш. Өчпочмак нигезенең уртасыннан аның ике ян ягына перпендикулярлар үткәрәбез. Перпендикулярлар яклар белен киешкән нокталар аша нигез сызыгына параллель сызык сузабыз. Бу сызык буенча өчпочмакны ике өлешкә кисәбез, нәтиҗәдә тигез яклы өчпочмак һәм трапеция була. Трапецияне урталай бүлеп кискәч, аларның һәркайсын диагоналләре буенча өчпочмакларга кисәбез. Парлы өлешләренән тагы ике тигез яклы өчпочмак хасил була.

4 мәсәлә.

Алмаз иртәнге 8 дә Чаллыдан апасына авылга кунакка чыгып китә, тугызынчы яртыда ул 48 нче километр баганасы яныннан уза, сәгать 9 да күперне кичә. 29 километр үткәч, радиомачта яныннан үтә, ә 15 минутта соң 114-нче километр баганасы яныннан уза. Тагын чирек сәгатьтән соң ул апасына кайтып җитә. Автомобильнең тизлеген һәрвакыт бертөрле дип санап, Алмаз узган араны табарга. (*5 балл)*

Чишелеш. Чакрым баганалар арасы: 114 - 48 = 66 км. Ә Чаллыдан 48-нче км.баганасыннан алып 48 нче километр баганасына кадәр һәм 114 километр баганасыннан авылга тикле ара бергә 66 - 29 = 37 км. Чаллыдан Алмаз апасының авылына 66 + 37 = 103 км.

Җавап: 103 км.

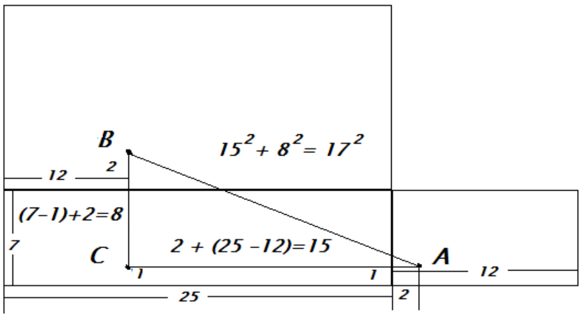


5 мәсәлә.

Спортзал стеналары турыпочмаклы тартманы хәтерләтә – биеклеге, озынлыгы, киңлеге рәсемдә күрсәтелгән (метрларда), шулай ук юл аермасы. А һәм В - лампочка һәм аның сүндергеченнән якындагы кабыргаларга кадәр аралар күрсәтелгән. Аларны (лампочка - В белән сүндергечне - А) иң кыска үткәргеч чыбык белән тоташтырырга кирә. Чыбык стеналар буйлап кыек барырга мөмкин (идән һәм түшәмнән дә, ләкин һавада эленеп торырга тиеш түгел). Җавап итеп араның иң кечкенәсен дециметрларда күрсәтегез (кирәк булса, чыбыкның мөмкин булган озынлыгын бөтен санга кадәр түгәрәкләргә).

(*5 балл)*

Чишелеш. Лампочка В һәм сүндергеч А арасын табу өчен тартманың разверткасын күз алдына китерергә кирәк. Бу очракта түшмнән һәм бинаның диварларыннан барган чыбыкнын озынлыгын табу кыенлык тудырмас. А белән В арасы туры белән тоташтырганда иң кыска була. Бу кыска турының озынлыгын Пифагор формуласын (өчпомакның гипотенузасының озынлыгын аның катетлары озынлыгы аркылы табу алгоритмы) кулланып табу кулай: чыбыкны сүндергеч А урнашкан дивардан почмакка тикле уткәреп (рәсемне карагыз), түшәмдәге лампочкага таба ян дивардан өскә менеп җитәсе һәм түшәмнән лампочкага тикле үткәрәсе юл - өчпомакның гипотенузасы була.



Шулай итеп чыбыкның озынлыгы табабыз $\sqrt{(8^2 + 15^2)} = \sqrt{289}$ – 17 метр.
Ә турыдан дивар буйлап өскә менеп, түшәмнән лампага үткәрелгән чыбыкның озынлыгы – 6 +13 = 19 м.

Җавап: Лампаны сүндергеч белән тоташтыручы иң кыска ара 17 м.